

従来、摩擦伝動といえば、ベルト伝動を指すほど歴史的にも古く、産業界でも幅広く利用されている。平ベルトを対象とした(古典的)Eulerの摩擦伝動理論は単純、明快であり、理解するのも大変容易である。しかし、単純であっても設計上有用な結論が導かれ、大学の機械設計法に関する教科書の1章を飾っている。今日、摩擦伝動ベルトは、従来の平ベルトに加え、摩擦力の増大を図ったVベルト、さらにはVリブドベルトへと発展している。

本章では、はじめに摩擦伝動の基礎理論を詳細に紹介する。基礎理論のVベルトへの拡張も示す。次に、この基礎理論をもとに、幾つかの実例を使って摩擦伝動ベルト系の設計法を説明する。その際、ベルト伝動系の動力伝達特性に関する有効なデータも示す。

## 2.1 摩擦ベルト伝動の一般的理論

### 2.1.1 Eulerの理論

ベルトに張力  $T_t = T_s = T_p$  を与えて原動プーリ(プーリ1)と従動プーリ(プーリ2)に巻き付ける。この状態でベルトを回転させても、軸受などでエネルギー損失がなければ、理論的には二つのプーリ間で動力は伝達されない。

図2.1に、無負荷伝動の状態を静止状態に模擬して示す。いま、原動プーリに負荷を与えると、二つのプーリをつなぐベルト間に張力差を生じる。

図2.2に、動力が伝えられている状態を模擬して示す。従動プーリに負荷が加わると  $T_t > T_s$  となり、この張力差より原動プーリから従動プーリに動力が伝えられる。ここで、 $T_t$ を張り側張力、 $T_s$ をゆるみ側張力と呼ぶ。また、ベルトが取り付けられた状態での張力  $T_p$ を初張力または静止張力といい、 $T_t$ と

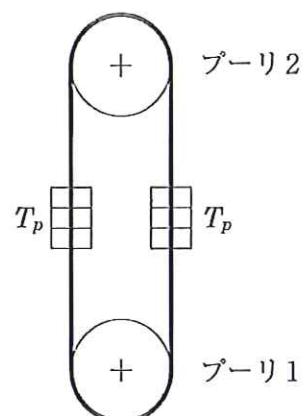


図2.1 無負荷時の張力状態

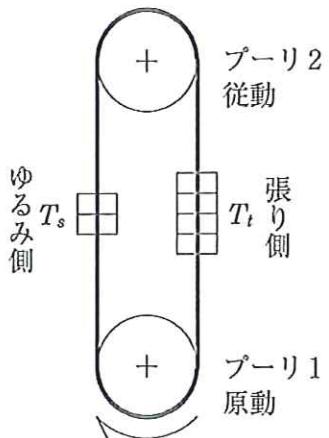


図 2.2 負荷伝達時の張力状態

$T_s$  の張力差は有効張力  $T_e$  と呼ばれ、式(2.1)で表される。

$$T_e = T_t - T_s \quad (2.1)$$

いま、プーリ上でのベルト張力の変化について考える。摩擦ベルト伝動の最も基本的な式として Euler の式 (Eiterwein の式とも呼ばれる) がある。この式は、使用されるパラメータも少なく簡単であるため、平ベルト、Vベルト、Vリブドベルトを問わず、現在でも摩擦伝動ベルトの設計計算を行ううえで広く用いられている。この Euler の式は、ベルトとプーリ間の力の伝達を次のような仮定に基づいて導かれる。

- ① ベルト、プーリ間の摩擦係数は一定である。
- ② ベルトはプーリ径に対して十分薄いものとする。すなわち、ベルトの曲げ変形による作用は考えない。

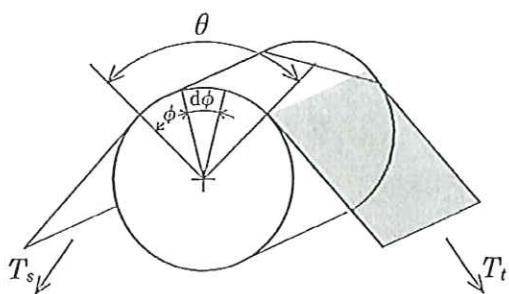


図 2.3 ベルトがプーリに巻き付いた状態

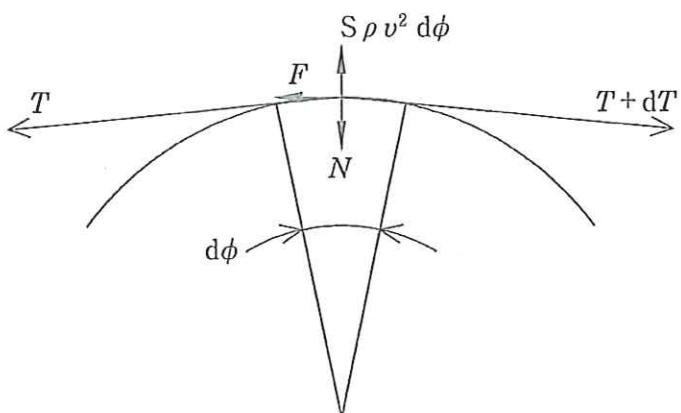


図 2.4 微小ベルト要素に働く力

図 2.3 に、角速度  $\omega$  で回転するプーリに巻き付いたベルトを示す。ここで、接触角（ベルトとプーリが接觸している円弧に対する中心角）を  $\theta$  とする。図中、図示する位置、ゆるみ側入口を角度  $\phi$  の原点とし、 $\phi$  離れた位置で微小要素（角度  $d\phi$ ）を考える。後節で述べるように、ベルトのプーリ入口では、ベルトがプーリと連れ回る休止角 (idle arc) がある。したがって、 $\phi$  の原点は入口側ベルト張力が変化し始める位置とするのが正確である。

図2.4に、その微小ベルト要素にはベルト張力  $T$ ,  $T+dT$ , 摩擦力  $F$ , プーリからの反力  $N$  および遠心力 ( $S\rho R^2 \omega^2 d\phi = S\rho v^2 d\phi = m v^2 d\phi$ ) が作用することを示す。したがって、プーリ半径方向の力のつり合いより、反力  $N$  は、

$$\begin{aligned} N &= T \sin(d\phi/2) + (T + dT) \sin(d\phi/2) - m v^2 d\phi \\ &= 2T \sin(d\phi/2) + dT \sin(d\phi/2) - m v^2 d\phi \end{aligned} \quad (2.2)$$

となる。ここで、 $S$ ,  $\rho$ ,  $m$ ,  $R$  および  $v$  は、それぞれベルトの断面積、密度、単位長さ当たりの質量、ベルトピッチ円半径およびベルト速度(周速)である。 $d\phi$  が微小であることから、 $\sin(d\phi/2) = d\phi/2$  とおける。また、 $dT$  も微小であることから、上式は次のようになる。

$$N = (T - m v^2) d\phi \quad (2.3)$$

ベルト-プーリ間の最大摩擦係数を  $\mu$  とすれば、摩擦力  $F$  は次式で与えられる。

$$F = \mu N \quad (2.4)$$

図2.4で、プーリ円周方向の力のつり合いを考えると、

$$\{(T + dT) - T\} \cos(d\phi/2) - F = 0 \quad (2.5)$$

が得られる。式(2.3)および式(2.4)を式(2.5)に代入すると、

$$dT \cos(d\phi/2) = \mu(T - m v^2) d\phi \quad (2.6)$$

となる。 $d\phi$  が微小であることから、 $\cos(d\phi/2) = 1$  とおける。したがって、上式は次のようになる。

$$dT = \mu(T - m v^2) d\phi \quad (2.7)$$

すなわち、

$$\mu d\phi = \frac{dT}{T - m v^2} \quad (2.8)$$

これを積分して、

$$\phi = \left(\frac{1}{\mu}\right) \ln(T - m v^2) + C \quad (2.9)$$

となる。ここで、 $C$  は積分定数である。境界条件  $\phi = 0$  のとき  $T = T_s$  より、

$$T = T_s e^{\mu\phi} + (1 - e^{\mu\phi}) m v^2 \quad (2.10)$$

また、 $\phi = \theta_0$  のとき  $T = T_t$  より、

$$e^{\mu\theta_0} = \frac{T_t - mv^2}{T_s - mv^2} \quad (2.11)$$

となる。

$\theta_0$  は、ベルトとプーリの接触角のうち、ベルトとプーリ間で動力の授受が行われている領域を示し、クリープ角 (active arc) と呼ばれる。 $\theta_0 < \theta$  (ベルトの接触角) であり、 $(\theta - \theta_0)$  では動力の伝達は行われず、休止角 (idle arc) と呼ばれる。このことについては、2.1.5 項で詳しく述べる。

いま、有効張力を  $T_e$  とすると、式 (2.1) および式 (2.11) から次式が与えられる。

#### 張り側張力

$$T_t = T_e \frac{e^{\mu\theta_0}}{e^{\mu\theta_0} - 1} + mv^2 = T_e \frac{e^{\mu\theta_0}}{e^{\mu\theta_0} - 1} + T_c \quad (2.12)$$

#### ゆるみ側張力

$$T_s = T_e \frac{1}{e^{\mu\theta_0} - 1} + mv^2 = T_e \frac{1}{e^{\mu\theta_0} - 1} + T_c \quad (2.13)$$

上式で、 $T_c (=mv^2)$  は遠心張力と呼ばれ、プーリ上で放射線状に働く遠心力の水平分力がベルトの遠心力として働く。

(新版ベルト伝動・精密搬送の実用設計 (株)養賢堂より出展)

無断複写は、著作権法上の例外を除き、禁じられています。

複写される場合は、そのつど有限会社ヒューコン

(TEL: 045-897-3886 FAX: 045-897-3887) に御確認下さい。